

تهیه کننده: مهندس کسگین خواهشی – کارشناس ارشد مهندسی زلزله  
 پست الکترونیکی: [UT\\_Engineer@Yahoo.com](mailto:UT_Engineer@Yahoo.com)

این متن در سایت [www.Vojoudi.com](http://www.Vojoudi.com) برای استفاده عمومی عرضه میگردد.

### تئوری TMD برای سیستم SDOF (یک درجه آزادی):

در آنچه که در ادامه خواهد آمد، حالت های مختلف از حالت نبود میرایی تا میرایی کامل تحلیل می شوند و مراحل طراحی ارائه می شود.

### سازه بدون میرایی – TMD بدون میرایی

شکل (۴-۱۳) یک سیستم SDOF را نشان می دهد که دارای جرم  $m$  و سختی  $K$  می باشد که نسبت به هر دوی نیروی خارجی و حرکت زمین طرح شده است. یک TMD با جرم  $m_d$  و سختی  $K_d$  به جرم اولیه متصل می شود. مقادیر مختلف تغییر مکان عبارتند از:

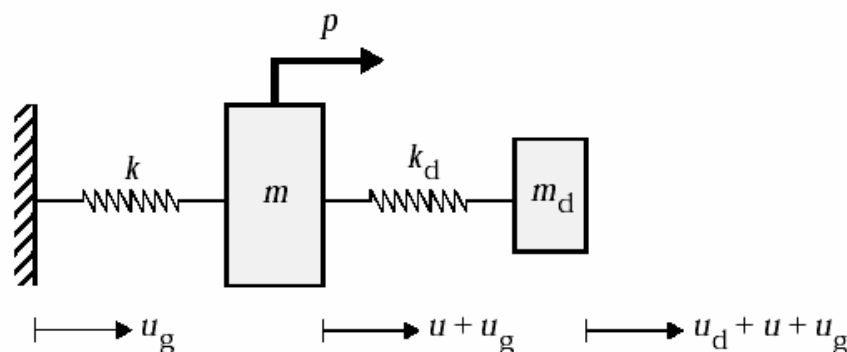
$U_g$ ، حرکت مطلق زمین  $u$ ، حرکت نسبی بین جرم اولیه و زمین و  $u_d$  تغییر مکانی نسبی بین میراگر و جرم اولیه با این علائم معرفی شده معادلات حاکم، فرم های زیرین را به خود می گیرند:

$$m_d[\ddot{u}_d + \ddot{u}] + k_d u_d = -m_d a_g \quad (4.37)$$

$$m\ddot{u} + ku - k_d u_d = -ma_g + p \quad (4.38)$$

که  $a_g$  شتاب مطلق زمین و  $P$  بار اعمال شده به جرم اولیه است .

شکل ۴-۱۳ – سیستم SDOF همراه با TMD



تحریک به عنوان بار تناوبی با فرکانس  $\Omega$  در نظر گرفته می‌شود.

$$a_g = \hat{a}_g \sin \Omega t \quad (4.39)$$

$$p = \hat{p} \sin \Omega t \quad (4.40)$$

و پاسخ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$u = \hat{u} \sin \Omega t \quad (4.41)$$

$$u_d = \hat{u}_d \sin \Omega t \quad (4.42)$$

و با جایگزاری این مقادیر معادلات تعادل به صورت زیر تبدیل می‌شوند:

$$[-m_d \Omega^2 + k_d] \hat{u}_d - m_d \Omega^2 \hat{u} = -m_d \hat{a}_g \quad (4.43)$$

$$-k_d \hat{u}_d + [-m \Omega^2 + k] \hat{u} = -m \hat{a}_g + \hat{p} \quad (4.44)$$

حل معادلات  $\hat{u}_d, \hat{u}$  را نتیجه می‌دهد:

$$\hat{u} = \frac{\hat{p}}{k} \left( \frac{1 - \rho_d^2}{D_1} \right) - \frac{m \hat{a}_g}{k} \left( \frac{1 + \bar{m} - \rho_d^2}{D_1} \right) \quad (4.45)$$

$$\hat{u}_d = \frac{\hat{p}}{k_d} \left( \frac{\bar{m} \rho^2}{D_1} \right) - \frac{m \hat{a}_g}{k_d} \left( \frac{\bar{m}}{D_1} \right) \quad (4.46)$$

که در آن:

$$D_1 = [1 - \rho^2][1 - \rho_d^2] - \bar{m} \rho^2 \quad (4.47)$$

و  $\rho$  ها ( $\rho$  و  $\rho_d$ ) نسبت های بی بعد فرکانس هستند.

$$\rho = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{\Omega}{\sqrt{k/m}} \quad (4.48)$$

$$\rho_d = \frac{\Omega}{\omega_d} = \frac{\Omega}{\sqrt{k_d/m_d}} \quad (4.49)$$

با انتخاب نسبت جرمی و نسبت فرکانس میراگر که رابطه زیر در آن برقرار باشد:

$$1 - \rho_d^2 + \bar{m} = 0 \quad (4.50)$$

حل معادله را به صورت زیر کاهش می‌دهد.

$$\hat{u} = \frac{\hat{p}}{k} \quad (4.51)$$

$$\hat{u}_d = -\frac{\hat{p}}{k_d} \rho^2 + \frac{m \hat{a}_g}{k_d} \quad (4.52)$$

این انتخاب، جرم اولیه را از حرکت زمین جدا می‌کند و پاسخ مربوط به بار خارجی را به مقدار شبه استاتیکی  $\frac{\hat{p}}{k}$  کاهش می‌دهد. دامنه معمول برای  $\bar{m}$ ، ۰/۰۱ تا ۰/۱ می‌باشد.

پس فرکانس میراگر بهینه خیلی به فرکانس اعمالی نزدیک است. رابطه دقیق از معادله (۴-۵۰) نتیجه می‌شود.

$$\omega_d|_{\text{opt}} = \frac{\Omega}{\sqrt{1 + \bar{m}}} \quad (4.53)$$

می‌توان سختی میراگر را با این رابطه تعیین نمود:

$$k_d|_{\text{opt}} = \left[ \omega_d|_{\text{opt}} \right]^2 m_d = \frac{\Omega^2 m \bar{m}}{1 + \bar{m}} \quad (4.54)$$

سرانجام با جایگزینی  $K_d$ ، معادله (۴-۵۲) شکل زیرین را به خود می‌گیرد:

$$\hat{u}_d = \frac{1 + \bar{m}}{\bar{m}} \left( \left| \frac{\hat{p}}{k} \right| + \left| \frac{\hat{a}_g}{\Omega^2} \right| \right) \quad (4.55)$$

می توان مقدار تغییر مکان نسبی میراگر را مشخص نمود و  $\bar{m}$  را با معادله (۴-۵۵) تعیین کرد. با معلوم بودن  $\bar{m}$  و  $\Omega$  سختی با استفاده از معادله (۴-۵۴) بدست می آید. باید توجه کرد که این سختی برای یک فرکانس اعمالی بخصوص به کار می رود. وقتی که خواص میراگر جرمی تعیین گردد، معادلات (۴-۴۵) و (۴-۴۶) برای تعیین نمودن پاسخ بار با فرکانس اعمالی مختلف می توانند مورد استفاده واقع شوند. جرم اولیه در این حالت تحت تحریک حرکت زمین جابجا خواهد شد.

### سازه بدون میرایی - TMD با میرایی

پیچیدگی دیگری که وجود دارد میرایی میراگر جرمی است که در شکل (۴-۱۴) نشان داده شده است. معادلات حرکت در این مورد عبارتند از:

$$m_d \ddot{u}_d + c_d \dot{u}_d + k_d u_d + m_d \ddot{u} = -m_d a_g \quad (4.56)$$

$$m \ddot{u} + k u - c_d \dot{u}_d - k_d u_d = -m a_g + p \quad (4.57)$$

وجود ترم های میرایی در معاملات (۴-۵۶) و (۴-۵۷) بین تحریک تناوبی و پاسخ، اختلاف فاز ایجاد می کند. بهتر است که از ابتدا روی راه حلی کار شود که برحسب مقادیر پیچیده بیان می شود، می توان تحریک را به صورت زیر بیان نمود:

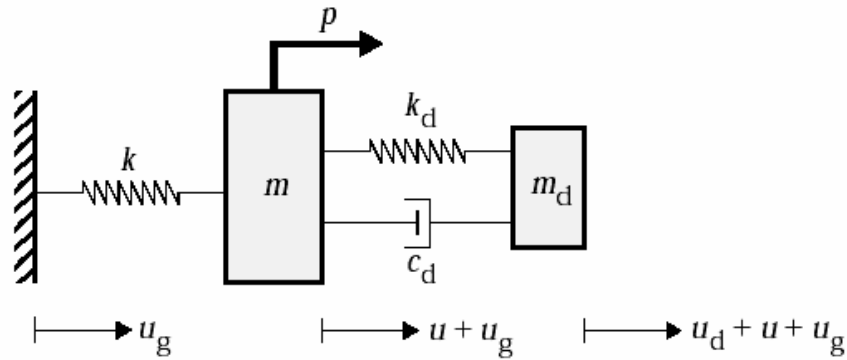
$$a_g = \hat{a}_g e^{i\Omega t} \quad (4.58)$$

$$p = \hat{p} e^{i\Omega t} \quad (4.59)$$

که در آن ها  $a_g$  و  $P$  مقادیر حقیقی هستند. پاسخ به صورت زیر منظور می گردد:

$$u = \bar{u} e^{i\Omega t} \quad (4.60)$$

$$u_d = \bar{u}_d e^{i\Omega t} \quad (4.61)$$



شکل ۴-۱۴ سیستم SDOF بدون میرایی همراه با سیستم TMD با میرایی است

که در آن دامنه های مربوط به پاسخ،  $\bar{U}$  و  $\bar{U}_d$  مقادیر پیچیده ای لحاظ می شوند. قسمت های حقیقی و موهومی  $\bar{a}_g$  به ورودی کسینوسی و سینوسی مربوط می شود. در ادامه راه حل مربوط با قسمت حقیقی (برای کسینوس) یا موهومی (برای سینوسی) مربوط به  $U$  و  $U_d$  ارائه می گردد. با جایگذاری معادلات (۴-۶۰) و (۴-۶۱) در معادلات حاکم و حذف  $e^{i\Omega t}$  از دو طرف معادلات به نتایج زیر می رسیم:

$$[-m_d\Omega^2 + ic_d\Omega + k_d]\bar{u}_d - m_d\Omega^2\bar{u} = -m_d\hat{a}_g \quad (4.62)$$

$$-[ic_d\Omega + k_d]\bar{u}_d + [-m\Omega^2 + k]\bar{u} = -m\hat{a}_g + \hat{p} \quad (4.63)$$

حل معادلات حاکم نتایج زیر را می دهد:

$$\bar{u} = \frac{\hat{p}}{kD_2}[f^2 - \rho^2 + i2\xi_d\rho f] - \frac{\hat{a}_g m}{kD_2}[(1 + \bar{m})f^2 - \rho^2 + i2\xi_d\rho f(1 + \bar{m})] \quad (4.64)$$

$$\bar{u}_d = \frac{\hat{p}\rho^2}{kD_2} - \frac{\hat{a}_g m}{kD_2} \quad (4.65)$$

که در آن

$$D_2 = [1 - \rho^2][f^2 - \rho^2] - \bar{m}\rho^2 f^2 + i2\xi_d \rho f [1 - \rho^2(1 + \bar{m})] \quad (4.66)$$

$$f = \frac{\omega_d}{\omega} \quad (4.67)$$

$\rho$  به عنوان نسبت  $\Omega$  به  $\omega$  (معادله (۴-۴۸) را ببینید) تعریف می‌شود. با تبدیل این حلهای (پاسخهای  $u$  و  $u_d$ ) پیچیده به شکل قطبی به نتایج زیر می‌رسیم:

$$\bar{u} = \frac{\hat{p}}{k} H_1 e^{i\delta_1} - \frac{\hat{a}_g m}{k} H_2 e^{i\delta_2} \quad (4.68)$$

$$\bar{u}_d = \frac{\hat{p}}{k} H_3 e^{-i\delta_3} - \frac{\hat{a}_g m}{k} H_4 e^{-i\delta_3} \quad (4.69)$$

که فاکتورهای  $H$ ، مقادیر بزرگنمایی پاسخهای شبه استاتیکی را تعریف می‌کنند و مقادیر  $\delta$  زوایای فازی بین پاسخ و تحریک هستند. ترمهای مختلف  $H$  و  $\delta$  زوایای فازی بین پاسخ و تحریک هستند. ترمهای مختلف  $H$  و  $\delta$  در زیر لیست می‌شوند:

$$H_1 = \frac{\sqrt{[f^2 - \rho^2]^2 + [2\xi_d \rho f]^2}}{|D_2|} \quad (4.70)$$

$$H_2 = \frac{\sqrt{[(1 + \bar{m})f^2 - \rho^2]^2 + [2\xi_d \rho f(1 + \bar{m})]^2}}{|D_2|} \quad (4.71)$$

$$H_3 = \frac{\rho^2}{|D_2|} \quad (4.72)$$

$$H_4 = \frac{1}{|D_2|} \quad (4.73)$$

$$|D_2| = \sqrt{([1 - \rho^2][f^2 - \rho^2] - \bar{m}\rho^2 f^2)^2 + (2\xi_d \rho f [1 - \rho^2(1 + \bar{m})])^2} \quad (4.74)$$

$$\delta_1 = \alpha_1 - \delta_3 \quad (4.75)$$

$$\delta_2 = \alpha_2 - \delta_3 \quad (4.76)$$

$$\tan \delta_3 = \frac{2\xi_d \rho f [1 - \rho^2 (1 + \bar{m})]}{[1 - \rho^2][f^2 - \rho^2] - \bar{m} \rho^2 f^2} \quad (4.77)$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{2\xi_d \rho f}{f^2 - \rho^2} \quad (4.78)$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{2\xi_d \rho f (1 + \bar{m})}{(1 + \bar{m}) f^2 - \rho^2} \quad (4.79)$$

در بیشتر موارد کاربرد، نسبت جرمی، کمتر از حدود ۰/۰۵ است. پس ضرایب بزرگنمایی برای بارگذاری خارجی ( $H_1$ ) و حرکت زمین ( $H_2$ ) اساساً مساوی هستند. نتیجه گیری مشابهی برای اختلاف فاز مصداق دارد. در ادامه، راه حل مربوط به حرکت زمین بررسی شده و مقادیر بهینه خواص و مشخصات میرگرا در این شرایط بارگذاری بدست می‌آیند. رفتار کامل و دقیق مربوط به حالت بارگذاری خارجی در کارهای Den Hartog موجود است. (Den Hartog 1940)

شکل ۴-۱۵ تغییرات  $H_2$  با فرکانس بارگذاری را برای مقادیر مشخص جرم میراگر ( $\bar{m}$ ) و نسبت فرکانسی ( $f$ ) و مقادیر مختلف نسبت میرایی میراگر ( $\xi_d$ ) نشان می‌دهد. وقتی  $\xi_d = 0$  دو مقدار بیشینه با دامنه‌های نامعین وجود دارند که در دو سمت  $\rho = 1$  واقع شده‌اند. وقتی  $\xi_d$  افزایش می‌یابد، مقادیر بیشینه (پیک) به همدیگر می‌رسند و به یک پیک واحد در  $\rho = 1$  میل می‌کنند. رفتار دامنه‌های ذکر شده نشان می‌دهد که یک مقدار بهینه  $\xi_d$  برای یک ساختار مشخص میراگر ( $m_d$  و  $k_d$  یا معادلاً  $\bar{m}$ ،  $\rho$ ) وجود دارد. مشاهده مهم دیگر این است که منحنی‌ها از دو نقطه عمومی می‌گذرند. ( $Q, P$ ) از آنجاییکه این منحنی‌ها به مقادیر مختلف  $\xi_d$  مربوط هستند، محل  $P$  و  $Q$  می‌بایستی شما به  $\bar{m}$  و  $\rho$  وابسته باشد. با توجه به این استدلال  $H_2, H_1$  به ترتیب زیر نوشته می‌شوند:

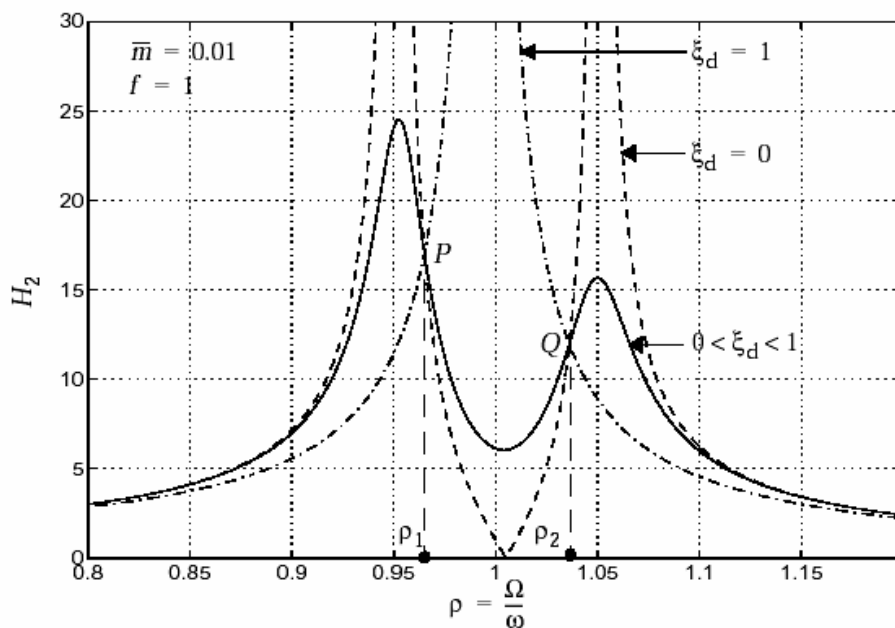
$$H_2 = \frac{\sqrt{a_1^2 + \xi_d^2 a_2^2}}{\sqrt{a_3^2 + \xi_d^2 a_4^2}} = \frac{a_2}{a_4} \frac{\sqrt{a_1^2/a_2^2 + \xi_d^2}}{\sqrt{a_3^2/a_4^2 + \xi_d^2}} \quad (4.80)$$

که ترم‌های  $a$  توابعی برحسب  $\bar{m}$ ،  $\rho$  و  $f$  هستند. پس برای  $H_2$  که مستقل از مقدار  $\xi_d$  باشد، شرایط زیر باید ارضا شود:

$$\left| \frac{a_1}{a_2} \right| = \left| \frac{a_3}{a_4} \right| \quad (4.81)$$

مقادیر مربوطه  $H_2$  عبارتند از:

$$H_2|_{P,Q} = \left| \frac{a_2}{a_4} \right| \quad (4.82)$$



شکل ۴-۱۵ منحنی  $H_2$  برحسب  $\rho$

با جایگزاری ترم های  $a$  در معادله (۴-۸۱) معادله درجه دوم برحسب  $\rho^2$  بدست می آید:

$$\rho^4 - \left[ (1 + \bar{m})f^2 + \frac{1 + 0.5\bar{m}}{1 + \bar{m}} \right] \rho^2 + f^2 = 0 \quad (4.83)$$

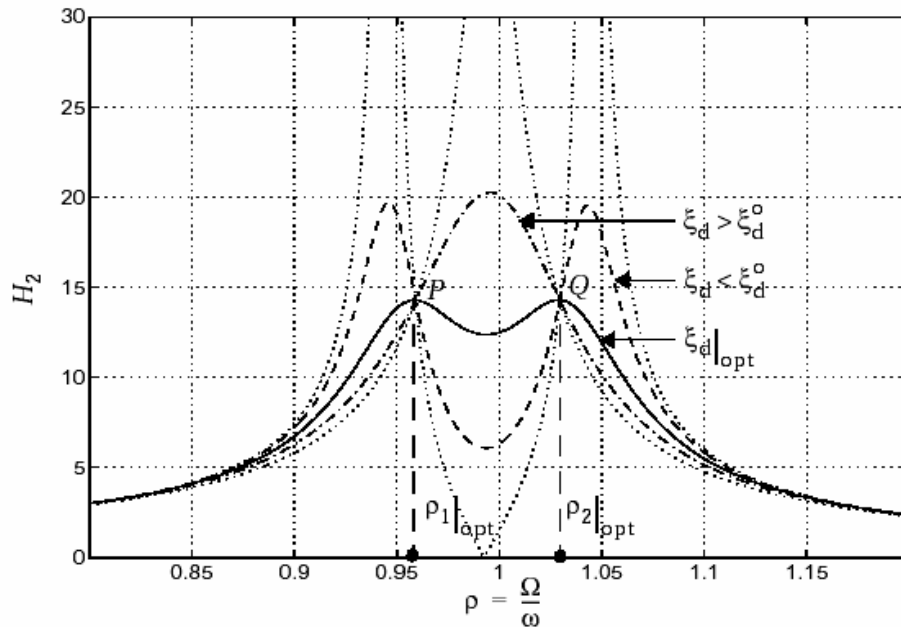
دو ریشه مثبت  $\rho_1$  و  $\rho_2$  نسبت های فرکانسی مربوط به نقاط  $P$  و  $Q$  هستند. به طور مشابه، معادله (۴-۸۲) به صورت زیر تبدیل می گردد:



$$H_2|_{P,Q} = \frac{1 + \bar{m}}{|1 - \rho_{1,2}^2(1 + \bar{m})|} \quad (4.84)$$

شکل (۴-۱۵) مقادیر مختلف  $H_2$  در نقاط P و Q را نشان می‌دهد. برای رفتار بهینه، کمینه نمودن دامنه حداکثر مطلوب است. به عنوان گام اول، لازم است که مقادیر  $H_2$  برای  $\rho_1$  و  $\rho_2$  مساوی باشند. این امر، توزیعی را بدست می‌دهد که حول  $\rho^2 = \frac{1}{1+m}$  متقارن است که در شکل (۴-۱۶) نشان داده شده است.

پس، با افزایش نسبت میرایی  $\xi_d$  می‌توان دامنه‌های حداکثر را کاهش داد. البته تا وقتی که مقادیر حداکثر با نقاط P و Q منطبق باشند. این حالت، عملکرد بهینه سیستم TMD را نشان می‌دهد. افزایش بیشتر  $\xi_d$  باعث یکی کردن مقادیر پیک (بیشینه) می‌گردد و موجب می‌شود که دامنه‌ها از حد مقادیر بهینه، زیادتر شوند.



شکل ۴-۱۶ منحنی  $H_2$  برحسب  $f_{opt}$

مساوی بودن دامنه‌ها در نقاط P و Q معادل شرایط زیر در مورد ریشه‌ها است:

$$|1 - \rho_1^2(1 + \bar{m})| = |1 - \rho_2^2(1 + \bar{m})| \quad (4.85)$$

پس، با جایگذاری مقادیر  $\rho_1$  ،  $\rho_2$  و با استفاده از معادله (۴-۸۳) می‌توان رابطه بین فرکانس تنظیم بهینه و نسبت جرمی را بدست آورد.

$$f_{\text{opt}} = \frac{\sqrt{1 - 0.5\bar{m}}}{1 + \bar{m}} \quad (4.86)$$

$$\omega_d|_{\text{opt}} = f_{\text{opt}}\omega \quad (4.87)$$

ریشه‌های مربوط و ضرایب بزرگنمایی بهینه عبارتند از:

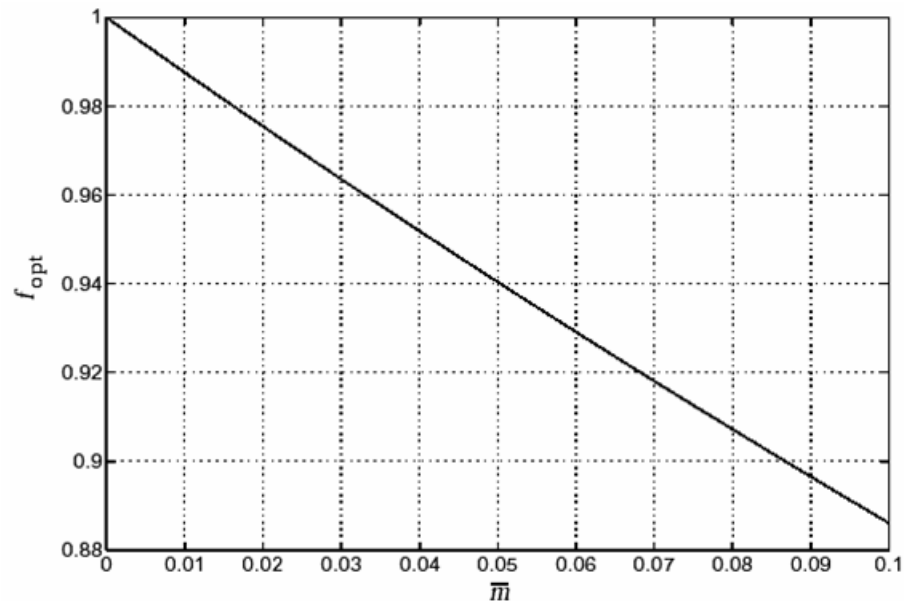
$$\rho_{1,2}|_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{0.5\bar{m}}}{1 + \bar{m}}} \quad (4.88)$$

$$H_2|_{\text{opt}} = \frac{1 + \bar{m}}{\sqrt{0.5\bar{m}}} \quad (4.89)$$

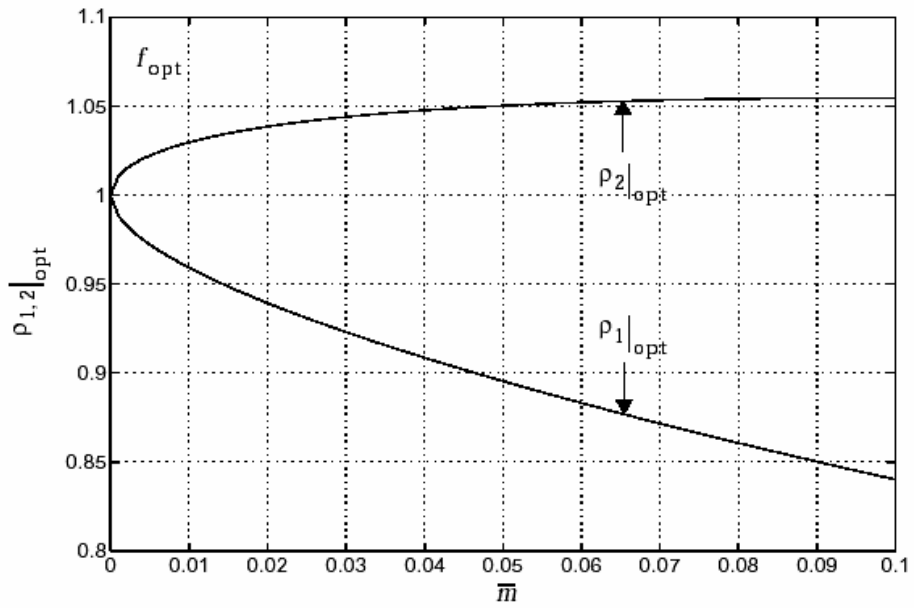
$\xi_d$  برای میرایی بهینه در فرکانس تنظیم بهینه عبارتست از:

$$\xi_d|_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\bar{m}(3 - \sqrt{0.5\bar{m}})}{8(1 + \bar{m})(1 - 0.5\bar{m})}} \quad (4.90)$$

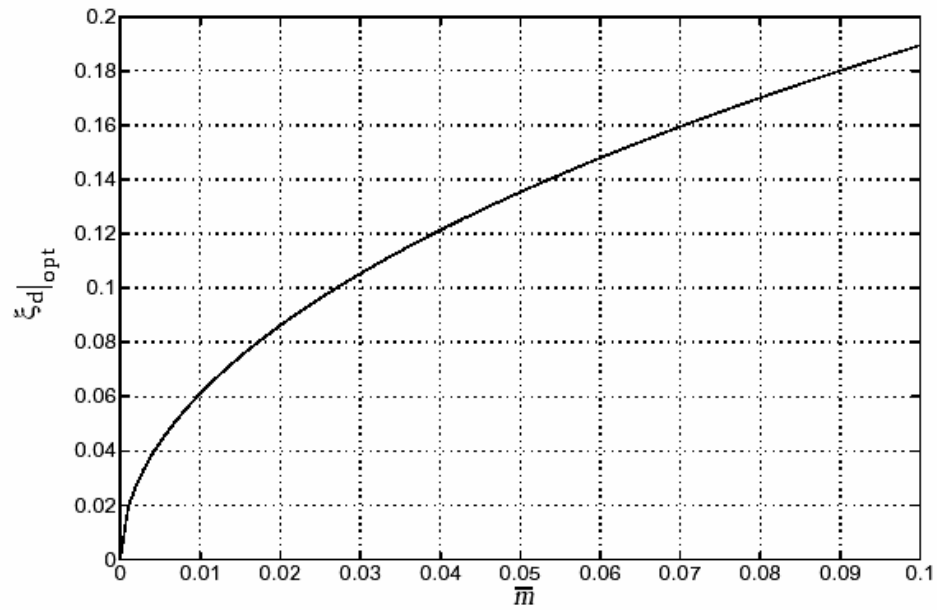
اشکال (۴-۱۷) تا (۴-۲۰) تغییرات پارامترهای بهینه، نسبت به  $\bar{m}$  را نشان می‌دهند.



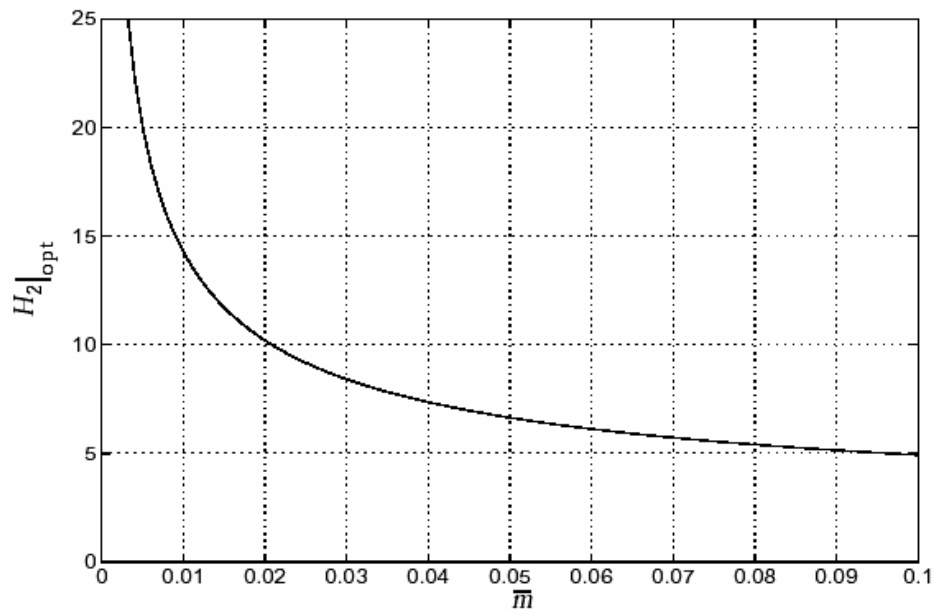
شکل ۴-۱۷ نسبت فرکانس تنظیم بهینه،  $f_{opt}$



شکل ۴-۱۸ نسبت های فرکانس ورودی که در آن ها پاسخ مستقل از میرایی است.

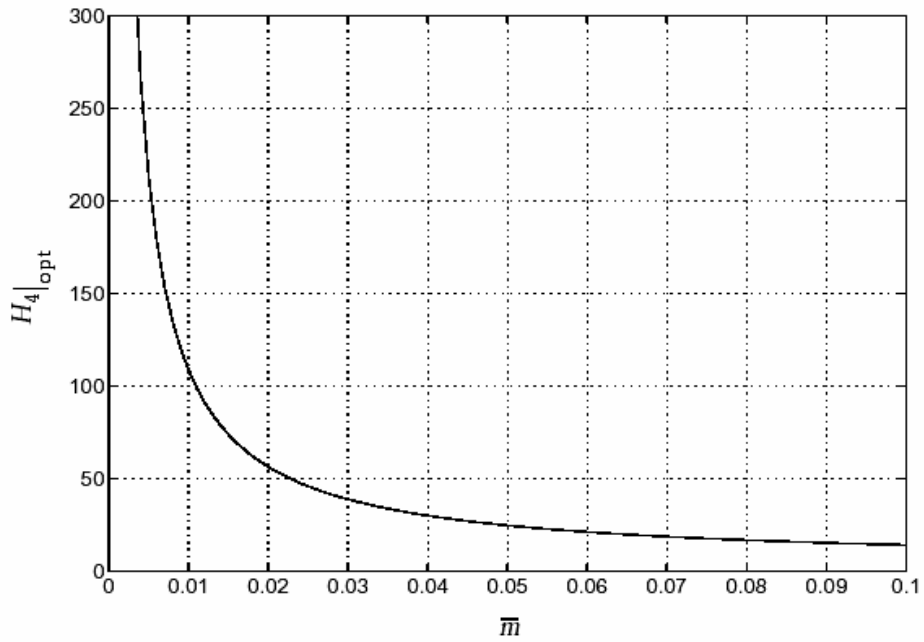


شکل ۴-۱۹ نسبت میرایی بهینه برای TMD

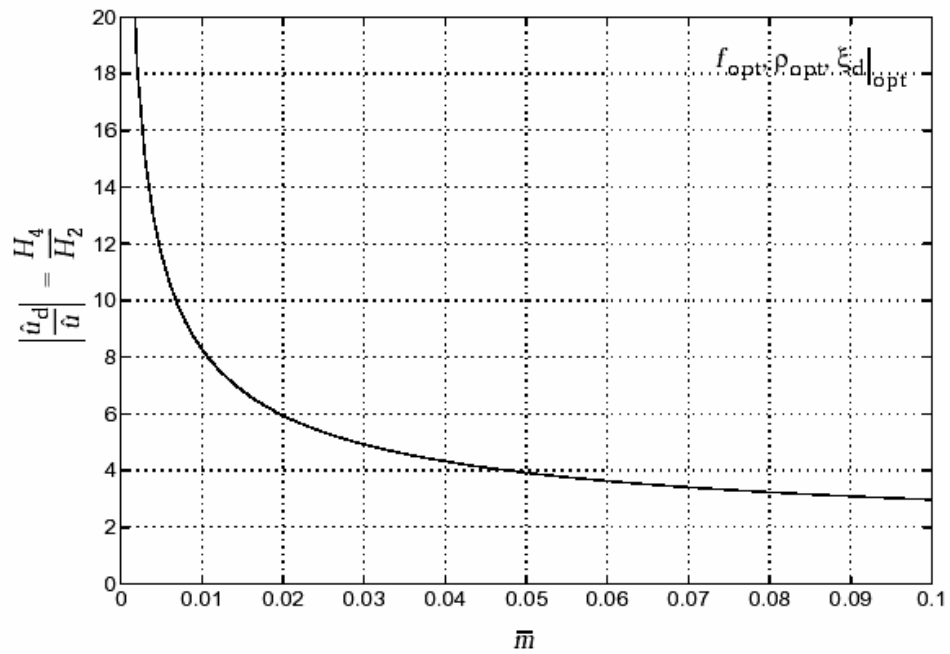


شکل ۴-۲۰ ضرایب حداکثر بزرگنمایی دینامیکی برای سیستم SDOF (میرایی و تنظیم بهینه)

پاسخ میراگر توسط معادله (۴-۶۹) تعریف می‌شود. با استفاده بخصوص از این معادله برای شرایطی بهینه می‌توان منحنی بزرگنمایی در مقابل نسبت جرمی را نتیجه گرفت که در شکل (۴-۲۱) مشاهده می‌شود. مقایسه حرکت میراگر در مقابل حرکت جرم اولیه برای شرایط بهینه در شکل (۴-۲۲) نمایش داده شده است.



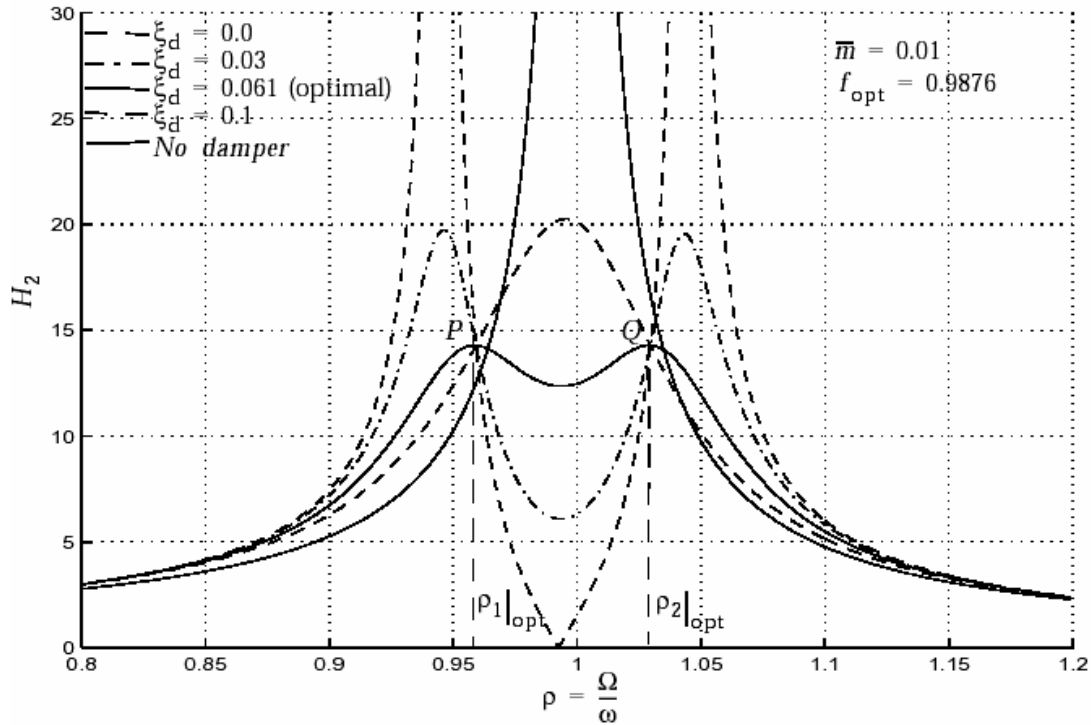
شکل ۴-۲۱ ضریب بزرگنمایی دینامیکی حداکثر برای TMD

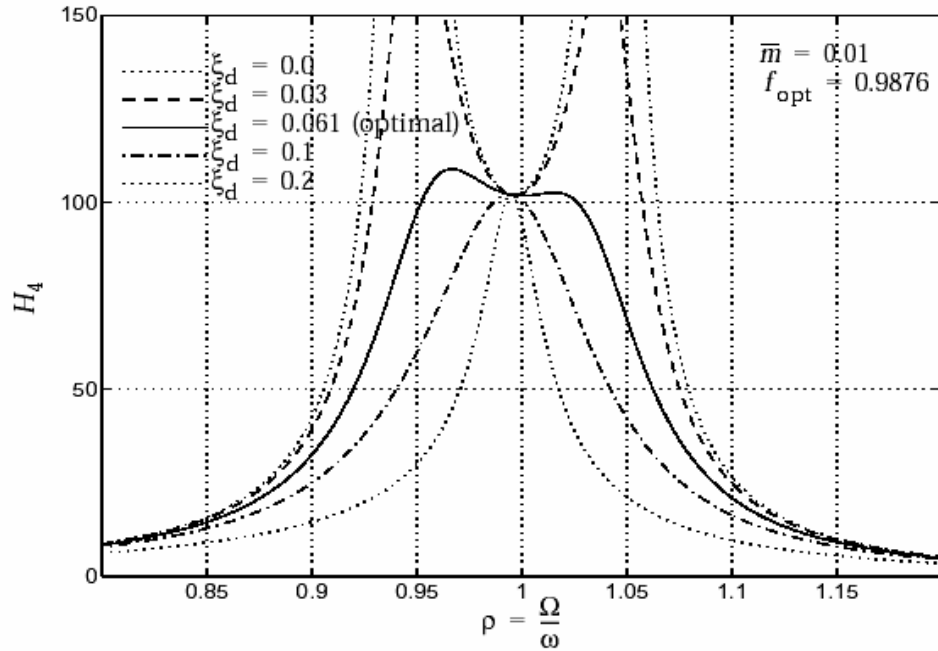


شکل ۴-۲۲ نسبت دامنه TMD به حداکثر دامنه سیستم

و در آخر، منحنی‌های پاسخ برای نسبت جرمی معمول  $\bar{m} = 0.01$  و تنظیم بهینه در اشکال ۲۳-۴ و ۲۴-۴ ترسیم شده اند. پاسخ «بدون میراگر» در شکل (۲۳-۴) ترسیم شده است. می‌توان مشاهده نمود که تاثیر میراگر محدود نمودن حرکت در محدوده فرکانسی به مرکز فرکانس طبیعی جرم اولیه است و به حدود  $0.15\omega$  توسعه می‌یابد. خارج از این محدوده، حرکت اساساً از میراگر متاثر نمی‌شود.

شکل ۲۳-۴ منحنی‌های پاسخ برای دامنه سیستم با TMD تنظیم شده بهینه





شکل ۴-۲۴ منحنی های پاسخ برای دامنه TMD تنظیم نشده بهینه

بزرگنمایی حداکثر برای سیستم SDOF بدون TMD، تحت تحریک هارمونیک، توسط معادله ۱-۳۲ ارائه شده است.

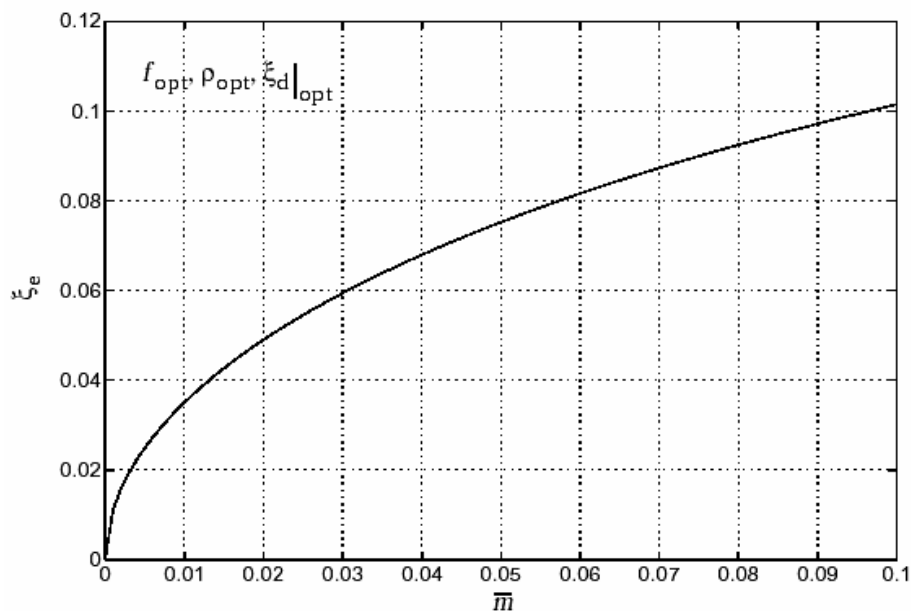
$$H = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (4.91)$$

از آنجاییکه  $\xi$  کوچک است، یک تخمین معقول عبارتست از:

$$H \approx \frac{1}{2\xi} \quad (4.92)$$

با بیان  $H_2$  بهینه در شکل و فرم مشابه، نسبت میرایی معادل ( $\xi_e$ ) برای جرم اولیه بدست می‌آید:

$$\xi_e = \frac{1}{2H_2|_{opt}} \quad (4.93)$$



شکل ۴-۲۵ نسبت میرایی معادل برای TMD تنظیم شده بهینه

شکل ۴-۲۵ تغییرات  $\xi_d$  با نسبت جرمی را نشان می‌دهد. نسبت جرمی  $0.02$  با میرایی حدود  $5\%$  در سیستم اولیه معادل است.

طراحی یک TMD گام‌های زیر را در بر می‌گیرد:

- مقادیر مجاز تغییر مکان جرم اولیه و TMD برای بارگذاری مربوط به طراحی تعیین شود. این اطلاعات مقادیر طراحی  $H_4|_{opt}$ ،  $H_2|_{opt}$  را بدست می‌دهد.

- نسبت جرمی مورد نیاز برای ارضای این شرایط حرکتی از اشکال ۴-۲۰ و ۴-۲۱ تعیین گردد. بزرگترین مقدار  $\bar{m}$  انتخاب شود.

- از شکل (۴-۱۷)  $f_{opt}$  حساب شود.

-  $W_d$  محاسبه گردد.

$$\omega_d = f_{opt}\omega \quad (4.94)$$



- محاسبه  $K_d$  شود.

$$k_d = m_d \omega_d^2 = \bar{m} k f_{opt}^2 \quad (4.95)$$

- از شکل (۴-۱۹)  $\xi_d|_{opt}$  تعیین شود.

- محاسبه  $C_d$  شود.

$$c_d = 2\xi_d|_{opt} \omega_d m_d = \bar{m} f_{opt} [2\xi_d|_{opt} \omega m] \quad (4.96)$$

### مثال ۴-۲: طراحی TMD برای سیستم SDOF بدون میرایی

قیدهای حرکتی زیر را در نظر بگیرید:

$$H_2|_{opt} < 7 \quad (4.97)$$

$$\frac{H_4}{H_2|_{opt}} < 6 \quad (4.98)$$

قید معادله (۴-۹۷) نیازمند  $\bar{m} \geq 0.05$  است. برای قید معادله (۴-۹۸) نیازمند منظور نمودن  $\bar{m} \geq 0.02$  هستیم. بنابراین،  $\bar{m} \geq 0.05$  طراحی را کنترل می نماید. پارامترهای مربوط عبارتند از:

$$\bar{m} = 0.05 \quad f_{opt} = 0.94 \quad \xi_d|_{opt} = 0.135$$

پس:

$$m_d = 0.05m \quad \omega_d = 0.94\omega \quad k_d = \bar{m} f_{opt}^2 k = 0.044k$$

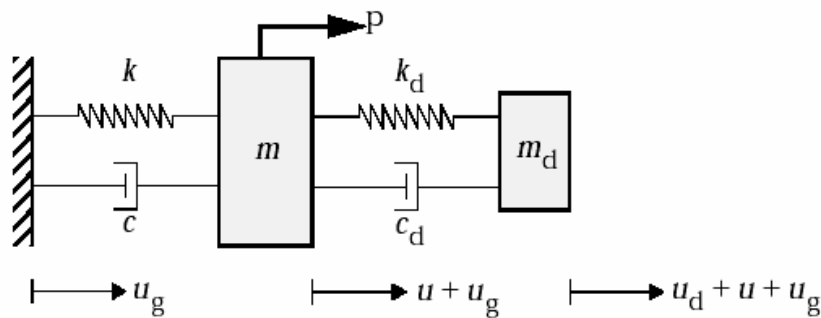
سازه با میرایی، TMD با میرایی

همه سیستم‌های حقیقی مقداری میرایی دارند. از آنجاییکه یک جذب کننده (انرژی) را می‌توان به سیستم با میرایی کم اضافه نمود، ارزیابی اثر میرایی در یک سیستم واقعی بر روی تنظیم بهینه جذب کننده (انرژی)، از ملاحظات مهم طراحی است.

سیستم اصلی در شکل (۴-۲۶) جرم  $m$ ، سختی فنر  $K$  و میرایی ویسکوز  $C$  را شامل می‌شود. سیستم TMD جرم  $m_d$  سختی  $K_d$  و میرایی ویسکوز  $C_d$  دارد. با این ملاحظه که سیستم، نسبت به هردوی بار خارجی و تحریک زمین طرح شود، معادلات حرکت عبارتند از:

$$m_d \ddot{u}_d + c_d \dot{u}_d + k_d u_d + m_d \ddot{u} = -m_d a_g \quad (4.99)$$

$$m \ddot{u} + c \dot{u} + k u - c_d \dot{u}_d - k_d u_d = -m a_g + p \quad (4.100)$$



شکل (۴-۲۶) سیستم SDOF «با میرایی» با سیستم TMD «با میرایی»

با استفاده از روش مشابه آنچه که برای حالت بدون میرایی بیان شد، راه حل مربوط به تحریک تناوبی (هم  $\rho$  و هم  $U_g$ ) به شکل قطبی بیان می‌شود:

$$\bar{u} = \frac{\hat{p}}{k} H_5 e^{i\delta_5} - \frac{\hat{a}_g m}{k} H_6 e^{i\delta_6} \quad (4.101)$$

$$\bar{u}_d = \frac{\hat{p}}{k} H_7 e^{-i\delta_7} - \frac{\hat{a}_g m}{k} H_8 e^{i\delta_8} \quad (4.102)$$

ترم‌های مختلف  $H$  و  $\delta$  به شکل زیرین تعریف می‌شوند:

$$H_5 = \frac{\sqrt{[f^2 - \rho^2]^2 + [2\xi_d \rho f]^2}}{|D_3|} \quad (4.103)$$

$$H_6 = \frac{\sqrt{[(1 + \bar{m})f^2 - \rho^2]^2 + [2\xi_d \rho f(1 + \bar{m})]^2}}{|D_3|} \quad (4.104)$$

$$H_7 = \frac{\rho^2}{|D_3|} \quad (4.105)$$

$$H_8 = \frac{\sqrt{1 + [2\xi\rho]^2}}{|D_3|} \quad (4.106)$$

$$|D_3| = \{[-f^2\rho^2\bar{m} + (1 - \rho^2)(f^2 - \rho^2) - 4\xi\xi_d f\rho^2]^2 + 4[\xi\rho(f^2 - \rho^2) + \xi_d f\rho(1 - \rho^2(1 + \bar{m}))^2]\} \quad (4.107)$$

$$\delta_5 = \alpha_1 - \delta_7 \quad (4.108)$$

$$\delta_6 = \alpha_2 - \delta_7 \quad (4.109)$$

$$\delta_8 = \alpha_3 - \delta_7 \quad (4.110)$$

$$\tan \delta_7 = 2 \frac{\xi\rho(f^2 - \rho^2) + \xi_d f\rho(1 - \rho^2(1 + \bar{m}))}{-f^2\rho^2\bar{m} + (1 - \rho^2)(f^2 - \rho^2) - 4\xi\xi_d f\rho^2} \quad (4.111)$$

$$\tan \alpha_3 = 2\xi\rho \quad (4.112)$$

ترم‌های  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  توسط معادلات (۷۸-۴) و (۷۹-۴) تعریف می‌شوند.

در ادامه، حالتی که یک بارخارجی به جرم اولیه اعمال می‌گردد در نظر گرفته می‌شود. از آنجاییکه  $|D_3|$  شامل  $\zeta$  است، نمی‌توان توصیف تحلیلی فرکانس تنظیم شده بهینه و نسبت میرایی بهینه را برحسب نسبت جرمی بدست آورد. در این حالت، این پارامترها به مقدار  $\zeta$  نیز وابسته هستند. شبیه سازی های عددی را می‌توان به کاربرد تا برای دامنه ای از  $\rho$  با مقادیر مشخص  $\bar{m}$ ,  $\zeta$ ,  $f$ ,  $\zeta_d$ ، مقادیر  $H_5$  و  $H_7$  ارزیابی کردند.

با مقادیر مشخص  $\bar{m}$ ،  $\xi$  مقدار  $H_5$  برحسب  $\rho$  برای دامنه‌ای از  $f$  و  $\xi$  ترسیم می‌شود. هر منحنی  $H_5-\rho$ ، یک مقدار پیک (بیشینه)  $H_5$  دارد.

ترکیب بخصوصی از  $f$  و  $\xi$  که به مقدار کمترین پیک  $H_5$  مربوط می‌شود، به عنوان حالت بهینه در نظر گرفته می‌شود. با تکرار این پروسه برای مقادیر مختلف  $\bar{m}$  و  $\xi$  اطلاعات رفتاری مورد نیاز برای طراحی سیستم میراگر بدست می‌آیند. شکل (۴-۲۷) تغییرات مقدار حداکثر  $H_5$  برای حالت بهینه را نشان می‌دهد. پاسخ مربوط به میراگر در شکل (۴-۲۸) ترسیم شده است. افزودن میرایی به جرم اولیه اثر قابل توجهی برای مقادیر کوچک  $\bar{m}$  دارد. با توجه به معادلات (۴-۱۰۱) و (۴-۱۰۲) نسبت تغییر مکان میراگر به تغییر مکان جرم اولیه به صورت زیر است:

$$\frac{|\hat{u}_d|}{|\hat{u}|} = \frac{H_7}{H_5} = \frac{\rho^2}{\sqrt{[f^2 - \rho^2]^2 + [2\xi_d \rho f]^2}} \quad (4.113)$$

از آنجاییکه  $\xi$  کوچک است، نسبت، اساساً مستقل از  $\xi$  است.

شکل (۴-۲۹) این مطلب را تایید می‌کند. مقادیر بهینه فرکانس و نسبت‌های میرایی که در پروسه شبیه سازی بدست آمده‌اند، در شکل (۴-۳۰) و (۴-۳۱) ترسیم شده‌اند. در پایان، با استفاده از معادله (۴-۹۳)،  $H_5|_{opt}$  را می‌توان به نسبت میرایی معادل برای سیستم اولیه تبدیل نمود.

$$\xi_e = \frac{1}{2H_5|_{opt}} \quad (4.114)$$

شکل (۴-۳۲) تغییرات  $\xi_e$  با  $\bar{m}$  و  $\xi$  را نشان می‌دهد.

Lin و Tsai (۱۹۹۳) معادلاتی را برای پارامترهای تنظیم بهینه  $f$  و  $\xi$  پیشنهاد می‌کنند که با منطبق نمودن (فیت کردن) منحنی‌هایی تعیین شدند. این معادلات در زیر به منظور تکمیل بحث لیست می‌شوند:

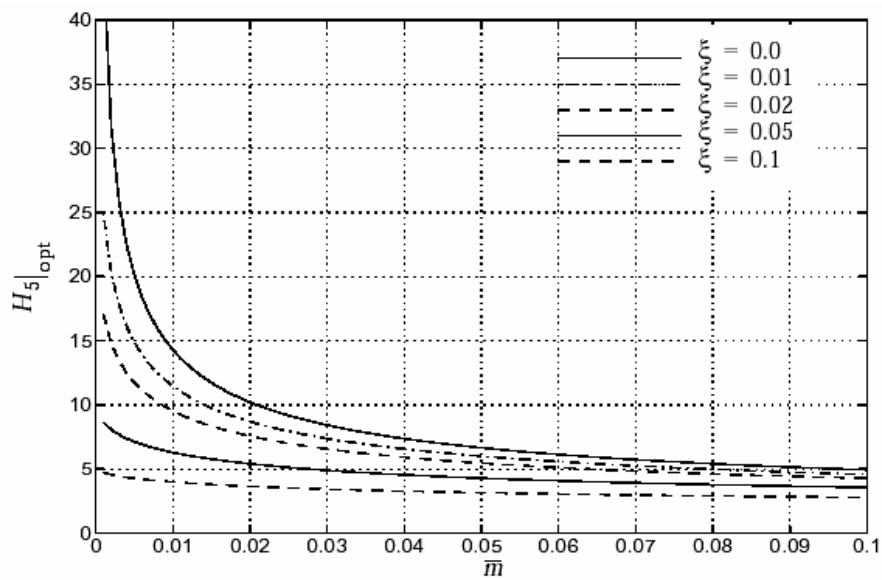
$$f = \left( \frac{\sqrt{1-0.5\bar{m}}}{1+\bar{m}} + \sqrt{1-2\xi^2-1} \right) \quad (4.115)$$

$$-[2.375 - 1.034\sqrt{\bar{m}} - 0.426\bar{m}]\xi\sqrt{\bar{m}}$$

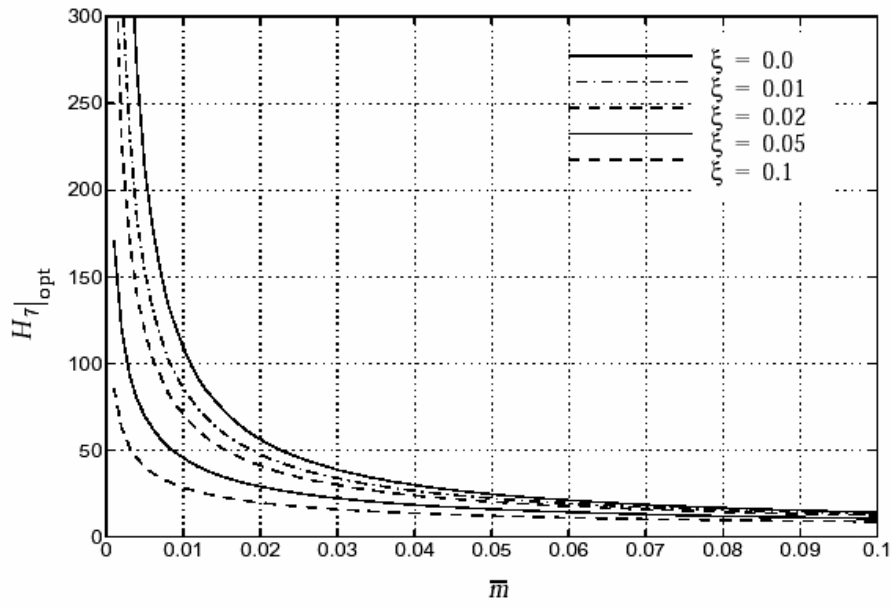
$$-(3.730 - 16.903\sqrt{\bar{m}} + 20.496\bar{m})\xi^2\sqrt{\bar{m}}$$

$$\xi_d = \sqrt{\frac{3\bar{m}}{8(1+\bar{m})(1-0.5\bar{m})}} + (0.151\xi - 0.170\xi^2) \quad (4.116)$$

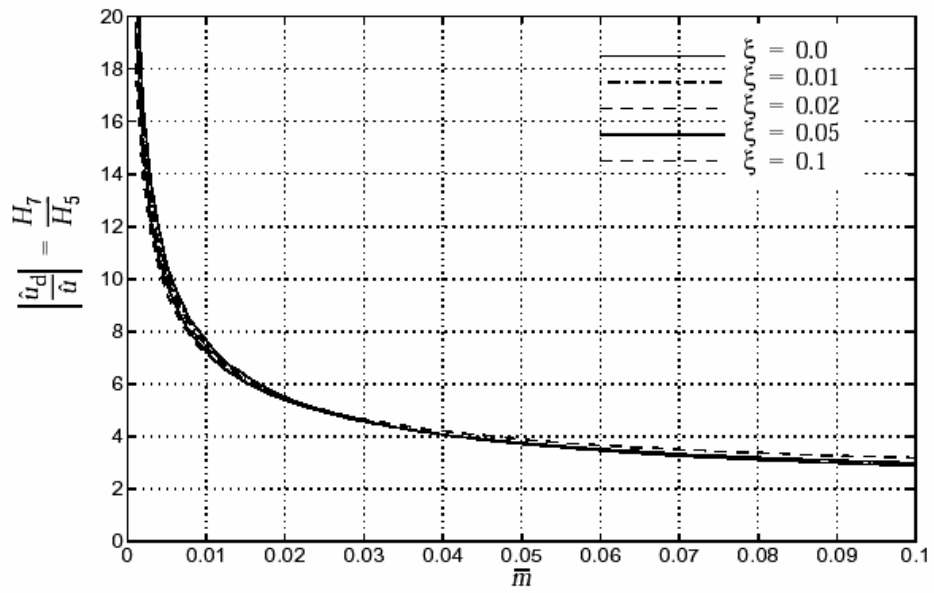
$$+ (0.163\xi + 4.980\xi^2)\bar{m}$$



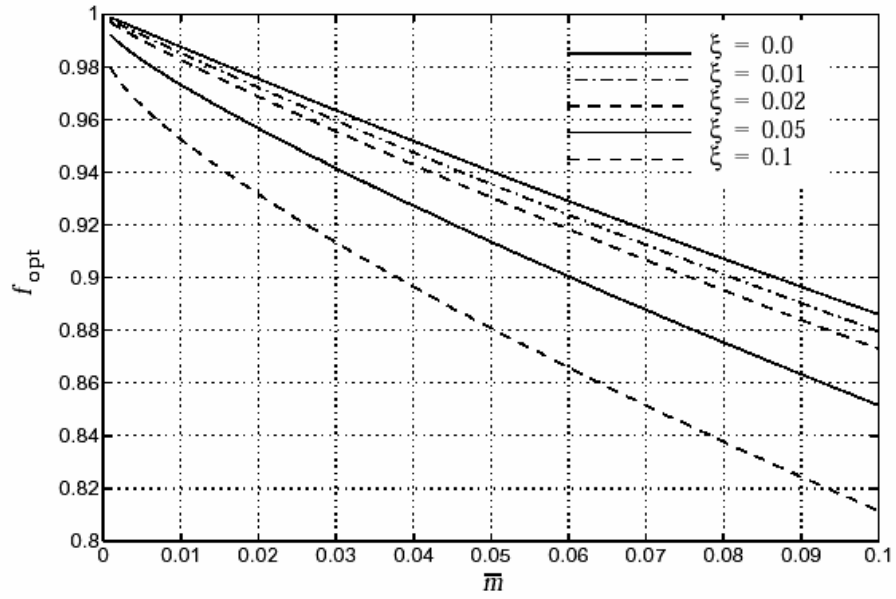
شکل ۴-۲۷- ضرایب بزرگنمایی دینامیکی حداکثر برای سیستم SDOF با میرایی



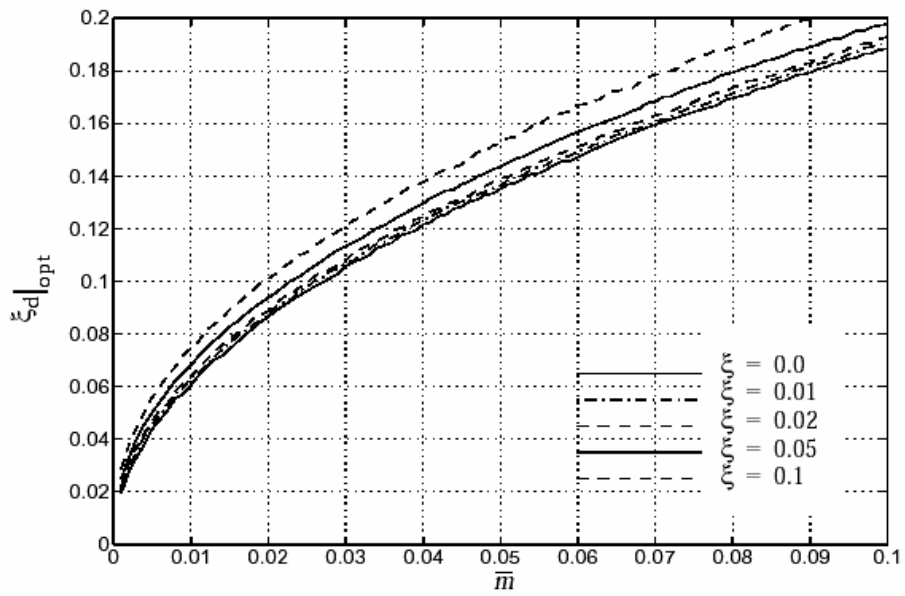
شکل ۴-۲۸- ضرایب بزرگنمایی دینامیکی حداکثر برای سیستم برای TMD



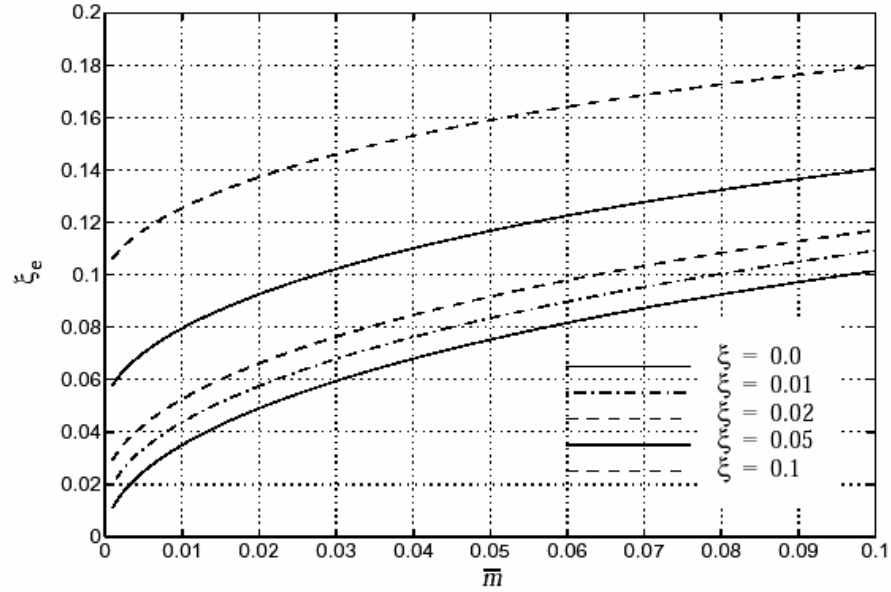
شکل ۴-۲۹- نسبت دامنه حداکثر TMD به دامنه حداکثر سیستم



شکل ۳۰-۴- نسبت فرکانس تنظیم شده بهینه برای TMD و  $f_{opt}$



شکل ۳۱-۴- نسبت میرایی بهینه برای TMD



شکل ۴-۳۲- نسبت میرایی معادل برای TMD تنظیم شده بهینه

#### مثال ۴-۳: طراحی TMD برای سیستم SDOF با میرایی

مثال ۴-۲ دوباره مطرح می شود با این تفاوت که میرایی ۲٪ در سیستم اولیه منظور می گردد. همان قیود حرکتی برای طراحی در نظر گرفته می شوند.

$$H_5|_{opt} < 7 \quad (4.117)$$

$$\frac{H_7}{H_5|_{opt}} < 6 \quad (4.118)$$

با استفاده از شکل ۴-۲۷، نسبت جرمی مورد نیاز برای  $\xi = 0.02$ ،  $\bar{m} \approx 0.03$  است. مقادیر بهینه دیگر  $f_{opt} = 0.965$  و  $\xi_d|_{opt} = 0.105$  هستند.

پس:

$$m_d = 0.03m \quad \omega_d = 0.955\omega \quad k_d = \bar{m} f_{opt}^2 k = 0.027k$$



در این حالت ، کاهش اساسی در جرم میراگر برای این سری قیود حرکتی وجود دارد. انتخاب بین وجود میرایی در سیستم اولیه و ضمیمه نمودن یک میراگر جرمی تنظیم شده، به هزینه های نسبی و قابلیت اعتماد (اطمینان) دو گزینه بستگی دارد و همچنین به طبیعت مساله سازه‌ای وابسته است. در حالت کلی یک سیستم TMD برای مجهز نمودن سازه موجود در جایی مناسب است که دسترسی به اجزای سازه مشکل باشد.